
Colle LIPR-7 A1

1 Question de cours

- i) Définir "Courbe paramétrée plane".
- ii) Donner un exemple de courbe paramétrée plane.
- iii) Définir point stationnaire (ou singulier).
- iv) Définir point double (ou multiple).

2 Exercice

Donner une primitive de la fonction suivante :

$$\frac{1}{\sin(t) + \tan(t)}$$

Colle LIPR-7 A2

1 Question de cours

Soient f une fonction positive bornée sur $[a, b]$ et $\sigma = (x_i)_{0 \leq i \leq n}$, une subdivision de $[a, b]$. Définir sommes de Darboux et somme de Riemann. Attention à la rédaction.

2 Exercice

Tracer la courbe paramétrée donnée par :

$$\begin{cases} x(t) = t - \sin(t), \\ y(t) = 1 - \cos(t). \end{cases}$$

Décomposer en éléments simples :

$$\frac{X^2 + X - 4}{X^2 - 4}.$$

Colle LIPR-7 B1

1 Question de cours

1. Donner les règles de Bioche pour l'intégration de fonctions.
2. Citer deux autres approches/méthodes spécifiques et le cas où elles s'appliquent pour le calcul d'intégrale.

2 Exercice

Tracer la courbe paramétrée donnée par :

$$\begin{cases} x(t) = 4\cos^3(t), \\ y(t) = 4\sin^3(t). \end{cases}$$

Colle LIPR-7 B2

1 Question de cours

- i) Donner un exemple de courbe paramétrée plane.
- ii) Citer (dans l'ordre dans lequel elles apparaissent) trois étapes importantes dans l'étude de courbes paramétrées planes ; expliquer chacune en une ou deux phrases.

2 Exercice

Calculer l'intégrale suivante :

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{4 + \sin(t)} dt.$$

Colle LIPR-7 C1

1 Question de cours

Dire si les assertions suivantes sont vraies ou fausses au sujet de courbes paramétrées planes notées $M(t)$. Si elles sont fausses, corrigez les.

- a) Le domaine de définition et le domaine d'étude sont les mêmes par définition.
- b) "A est un point multiple" $\Leftrightarrow \exists! t_1, t_2 \in \mathbb{R}$ tels que $t_1 \neq t_2$ et $M(t_1) = M(t_2) = A$.
- c) On dit qu'un point est singulier pour $M(t)$ si, et seulement si, c'est un point d'inflexion.
- d) La courbe polaire définie par $\rho(\theta) = 2(1 + \cos(\theta))$ pour $\theta \in \mathbb{R}$ n'est pas une courbe paramétrée plane.

2 Exercice

Donner une primitive de la fonction suivante :

$$\frac{\exp(\frac{x}{2})\operatorname{ch}(\frac{x}{2})}{\operatorname{ch}(x)}.$$

Décomposer en éléments simples :

$$\frac{X^5 + X^4 + 1}{X^3 - X}.$$

Colle LIPR-7 C2

1 Question de cours

- i) Donner la définition d'une fonction en escalier sur $[a, b]$. Expliciter la valeur de son intégrale pour une subdivision adaptée.
- ii) Montrer que si f est une application croissante positive sur $[a, b]$, alors elle est intégrable sur $[a, b]$.

2 Exercice

Tracer la courbe paramétrée donnée par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho(\theta) = 2(1 + \cos(\theta)). \end{array} \right.$$

AUTRES EXERCICES

Exercice 1

1. Calculer $\int_0^u E(x)dx$ pour $u > 0$.
2. Soit f de $[a, b]$ dans \mathbb{R} . Déterminer une condition nécessaire et suffisante pour que :

$$\left| \int_a^b f(x)dx \right| = \int_a^b |f(x)| dx$$

3. Soit R , le rectangle $[0, 2] \times [0, 1]$. Calculer :

$$I = \int \int_R (x + y)^2 dx dy.$$

Calculer l'intégrale de x^2y sur le triangle de sommets $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(0, 1)$.

Exercice 2

Tracer la courbe paramétrée donnée par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho(\theta) = \tan(\frac{\theta}{2}). \end{array} \right.$$

Exercice 3

Tracer la courbe paramétrée donnée par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho(\theta) = \sqrt{\cos(2\theta)}. \end{array} \right.$$

Exercice 4

Décomposer en éléments simples les fractions suivantes :

i) $\frac{X}{X^2-4}$

ii) $\frac{2X^3+X^2-X+1}{X^2-2X+1}$

iii) $\frac{X^5+X^4+1}{X^3-X}$